

# Finding Characteristic Substrings from Compressed Texts

---

○稲永俊介 坂内英夫（九州大学）

# テキストマイニングとテキスト圧縮

- テキストマイニング：与えられたテキストデータから、未知の**規則**や**知識**を半自動的に抽出する技術
- テキスト圧縮：テキストの冗長性を排除して、データの**記述長を短縮**する技術



圧縮



展開



# 本研究

- 与えられた**圧縮テキスト**に**特徴的な**部分文字列（パターン）を効率よく発見するアルゴリズムを提案する。
  - 最長繰り返し部分文字列
  - 最長重複なし繰り返し部分文字列
  - 最頻出部分文字列
  - 最頻出重複なし部分文字列
  - 入力圧縮パタンの最大拡張パターン

# Straight Line Programによるテキスト圧縮

SLP 7

$$X_1 = a$$

$$X_2 = b$$

$$X_3 = X_1X_2$$

$$X_4 = X_3X_1$$

$$X_5 = X_3X_4$$

$$X_6 = X_5X_5$$

$$X_7 = X_4X_6$$

$$X_8 = X_7X_5$$

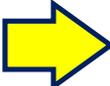
$T = a b a a b a b a a b a b a a b a b a$

SLP 7 は言語  $\{T\}$  を生成する Chomsky 標準形の文脈自由文法.



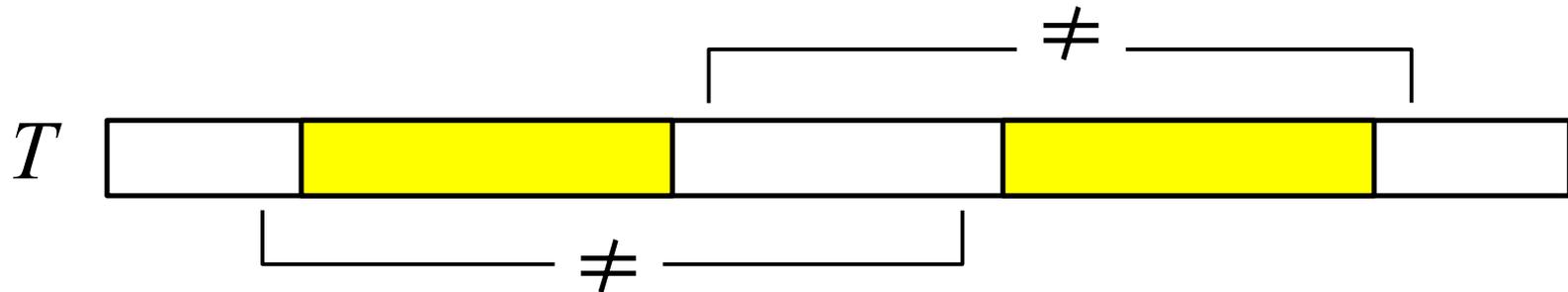
# SLPの指数的圧縮能力

- 元テキストは, SLP圧縮されたテキストに対して  
指数的に大きくなりうる.
- テキスト  $T = abababab \cdots ab$  (abの $N$ 回繰り返し)
- SLP  $\tau: X_1 = a, X_2 = b, X_3 = X_1X_2, X_4 = X_3X_3,$   
 $X_5 = X_4X_4, \dots, X_n = X_{n-1}X_{n-1}$
- $N = O(2^n)$
- 与えられた圧縮テキストを展開してから処理する  
アルゴリズムは, 最悪時には指数時間を要する.

 本研究: 圧縮テキストを陽に展開することなく,  
しかも圧縮サイズが多項式時間で動作する手法を提案

# 最長繰り返し部分文字列発見

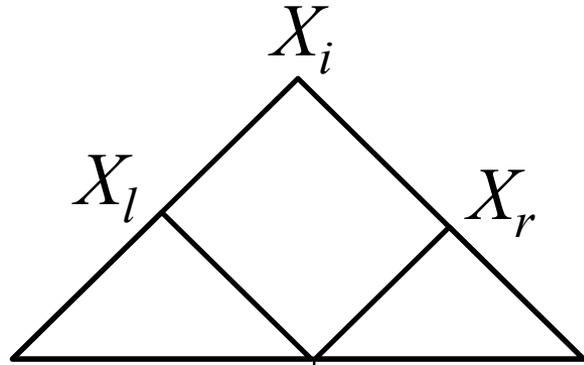
- 入力: テキスト  $T$  を生成するSLP ?
- 出力:  $T$  の最長繰り返し部分文字列



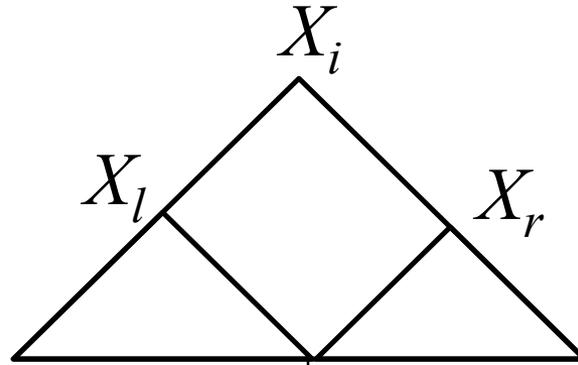
例

$T = \underline{aabaab} \underline{cabaabb}$

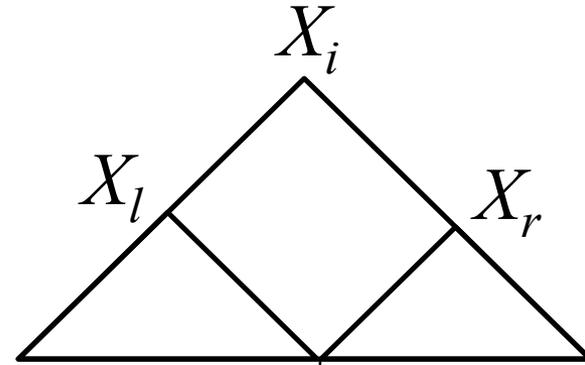
# Key Observation – 6つの場合分け



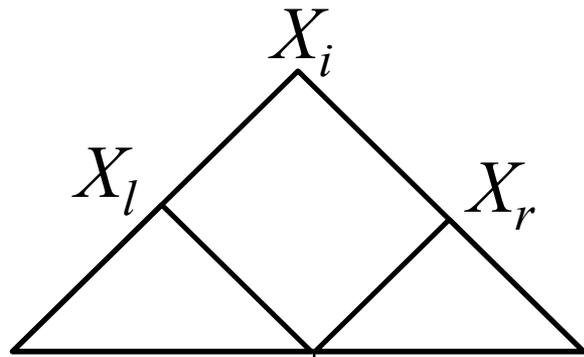
Case 1



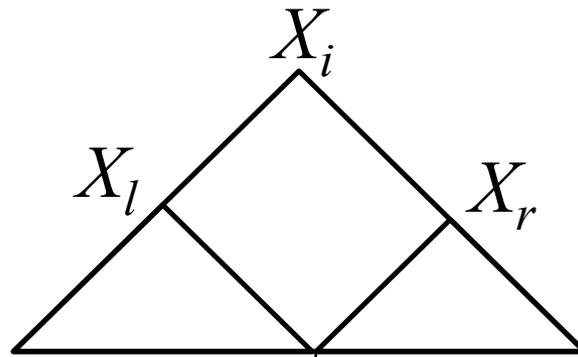
Case 2



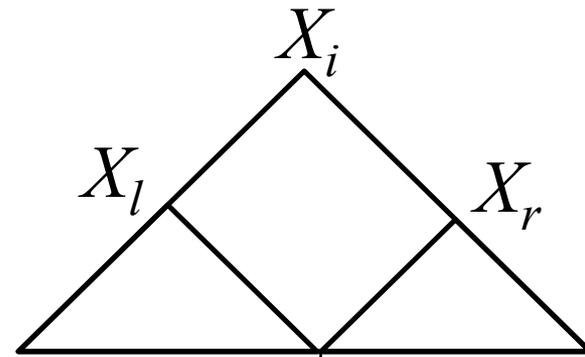
Case 3



Case 4



Case 5



Case 6

# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

    compute LRS of Case 1;

    compute LRS of Case 2;

    compute LRS of Case 3;

    compute LRS of Case 4;

    compute LRS of Case 5;

    compute LRS of Case 6;

**return** two positions and the length of  
    the “longest” LRS above;

# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

compute LRS of Case 1;

compute LRS of Case 2;

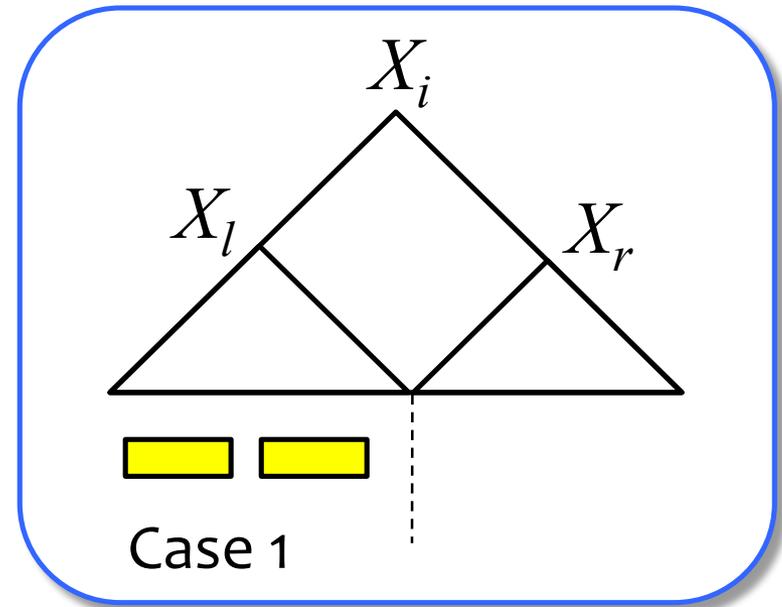
compute LRS of Case 3;

compute LRS of Case 4;

compute LRS of Case 5;

compute LRS of Case 6;

**return** two positions and the length of  
the “longest” LRS above;



# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

compute LRS of Case 1;

compute LRS of Case 2;

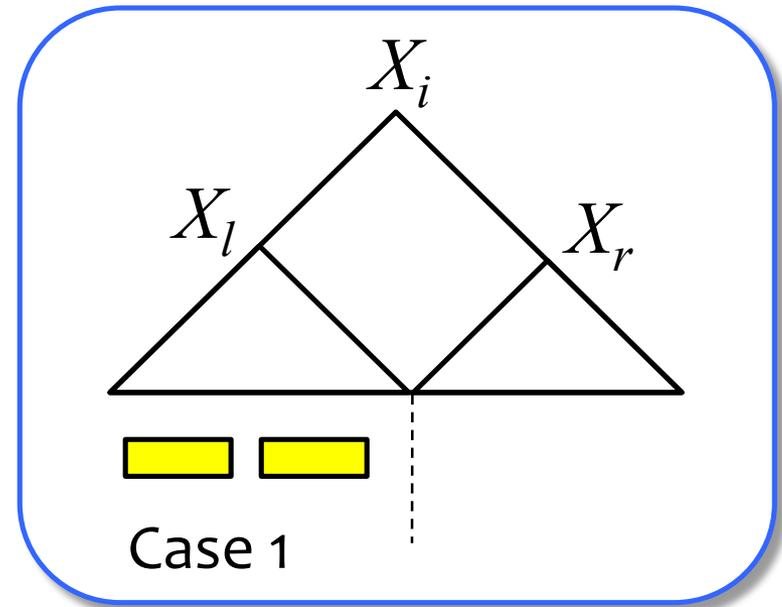
compute LRS of Case 3;

compute LRS of Case 4;

compute LRS of Case 5;

compute LRS of Case 6;

**return** two positions and the length of  
the “longest” LRS above;



# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

    compute LRS of Case 2;

    compute LRS of Case 3;

    compute LRS of Case 4;

    compute LRS of Case 5;

    compute LRS of Case 6;

**return** two positions and the length of  
    the “longest” LRS above;

# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

compute LRS of Case 2;

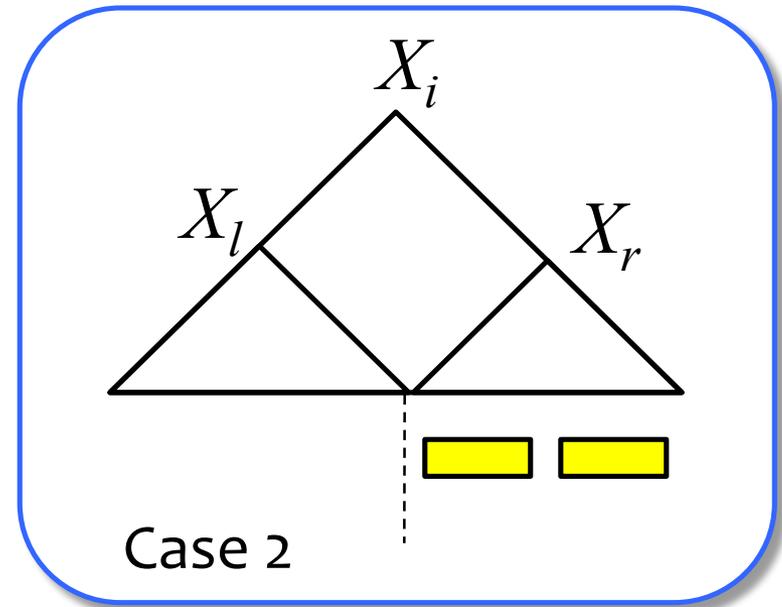
compute LRS of Case 3;

compute LRS of Case 4;

compute LRS of Case 5;

compute LRS of Case 6;

**return** two positions and the length of  
the “longest” LRS above;



# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

compute LRS of Case 2;

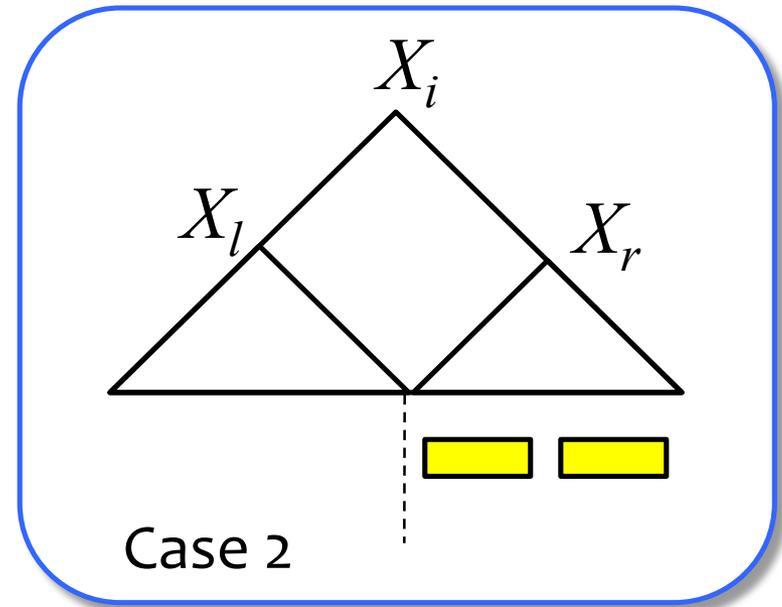
compute LRS of Case 3;

compute LRS of Case 4;

compute LRS of Case 5;

compute LRS of Case 6;

**return** two positions and the length of  
the “longest” LRS above;



# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

    compute LRS of Case 3;

    compute LRS of Case 4;

    compute LRS of Case 5;

    compute LRS of Case 6;

**return** two positions and the length of  
    the “longest” LRS above;

# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

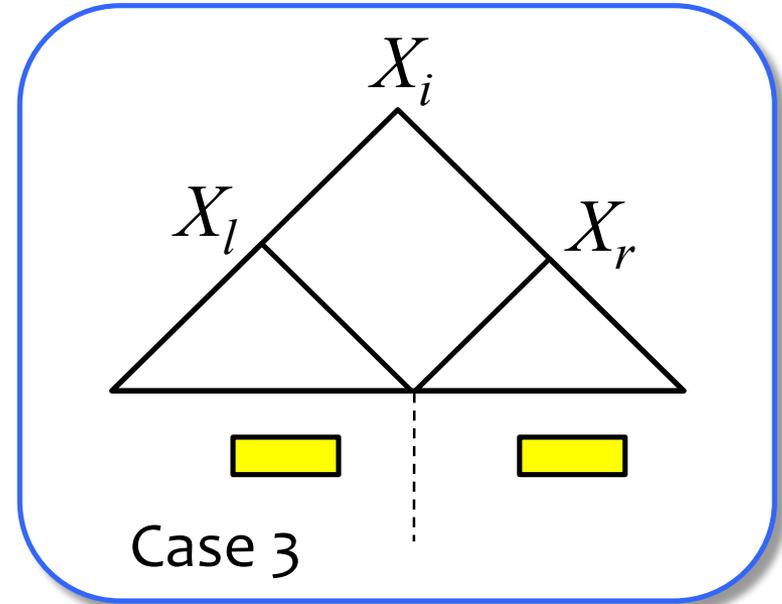
compute LRS of Case 3;

compute LRS of Case 4;

compute LRS of Case 5;

compute LRS of Cas

**return** two positions:  
the “longest”



Case 3 の最長繰り返し部分文字列は、  
 $X_l$  と  $X_r$  の最長共通部分文字列である

# SLP圧縮テキストの最長共通部分文字列

定理 1 [Matsubara et al. 2009]

すべてのSLP変数  $X_l$  と  $X_r$  の最長共通部分文字列を  $O(n^4 \log n)$  時間で計算できる。

# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

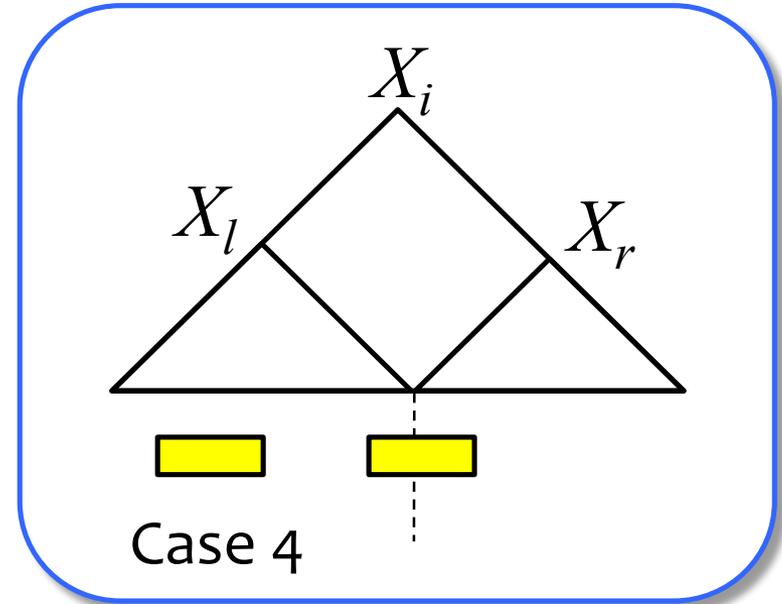
compute LRS of Case 3;

compute LRS of Case 4;

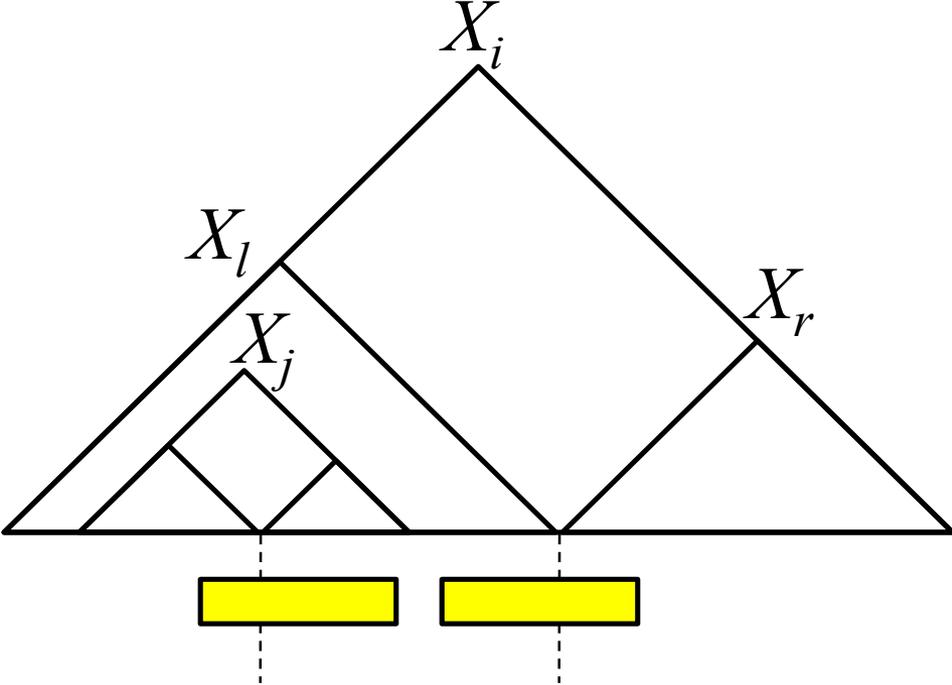
compute LRS of Case 5;

compute LRS of Case 6;

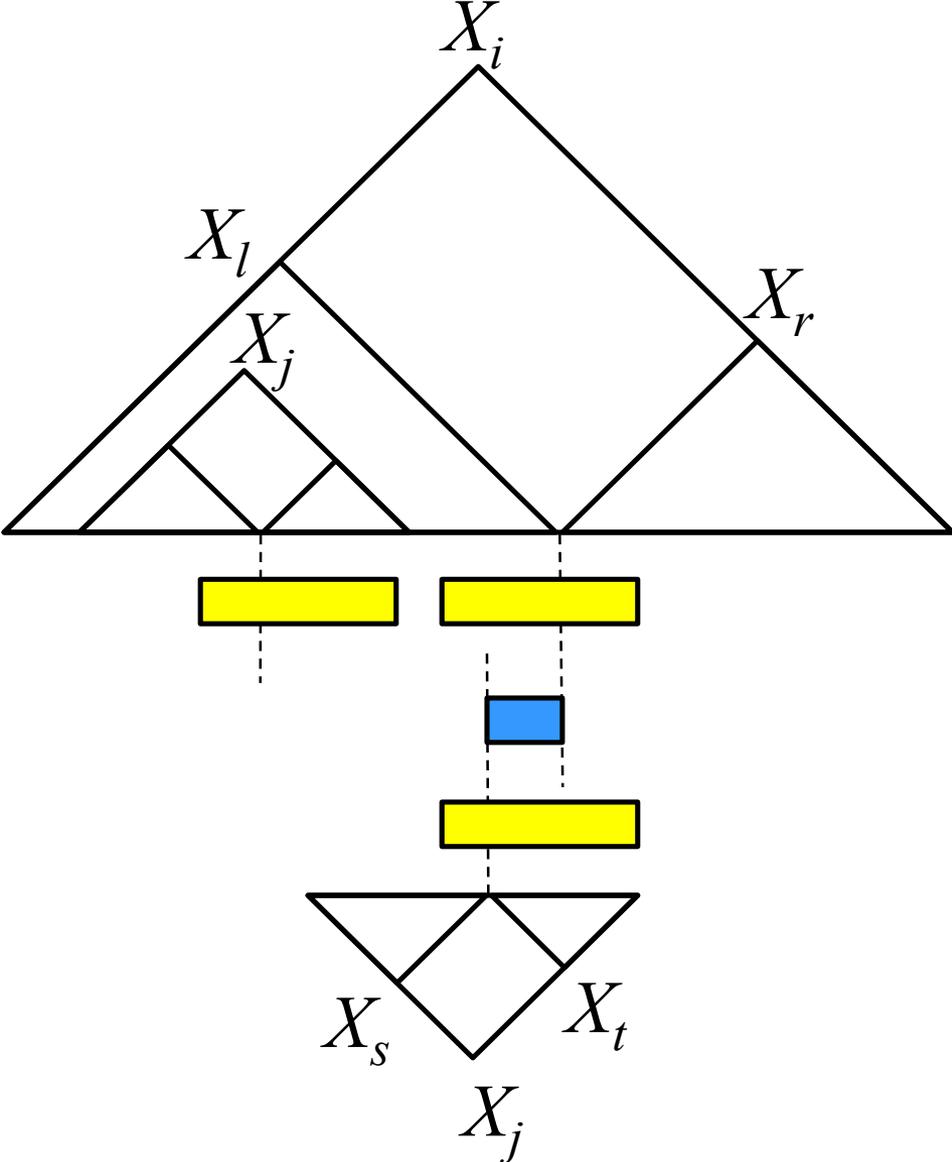
**return** two positions and the length of  
the “longest” LRS above;



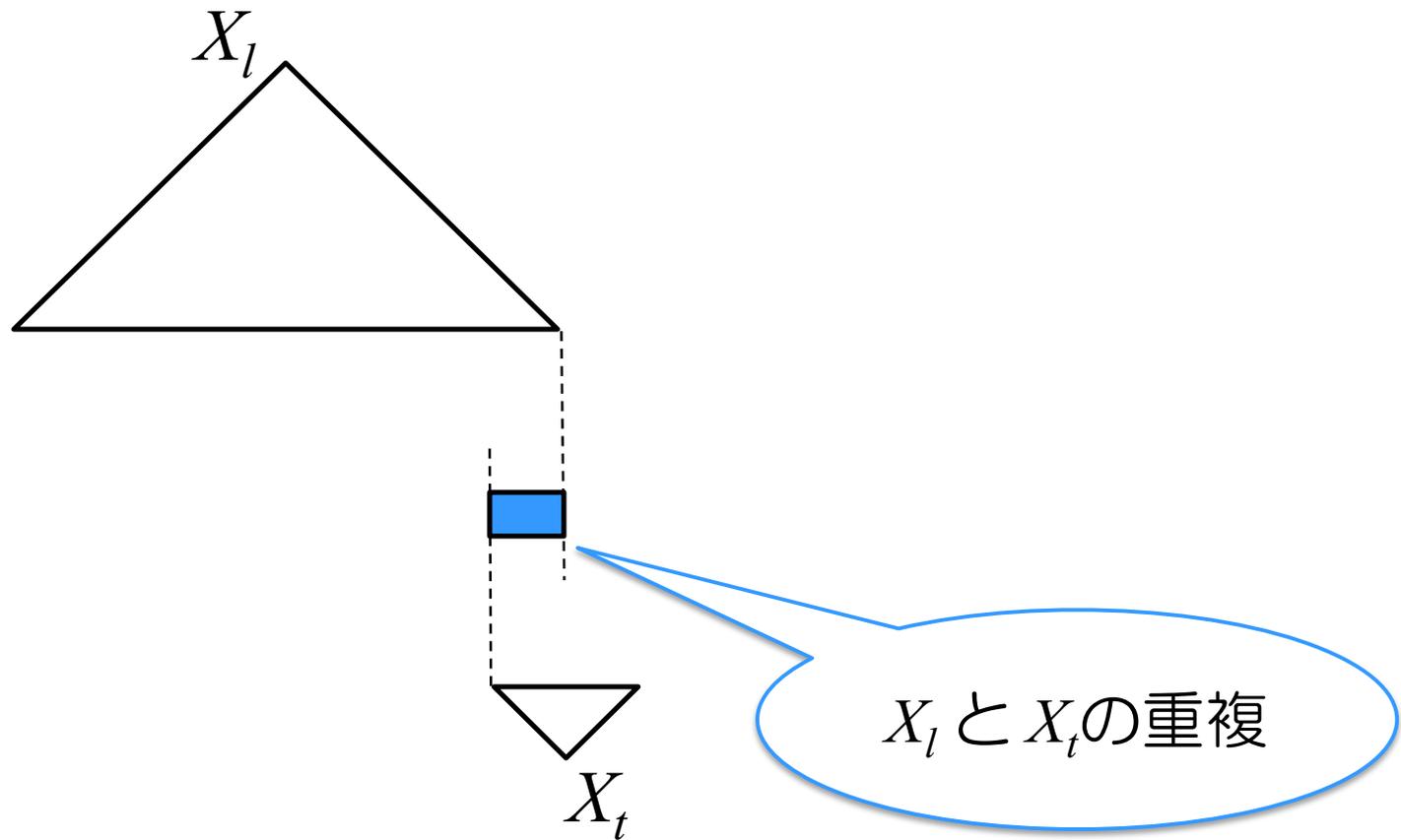
# Case 4



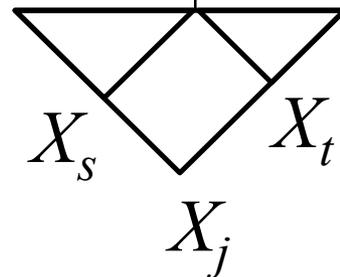
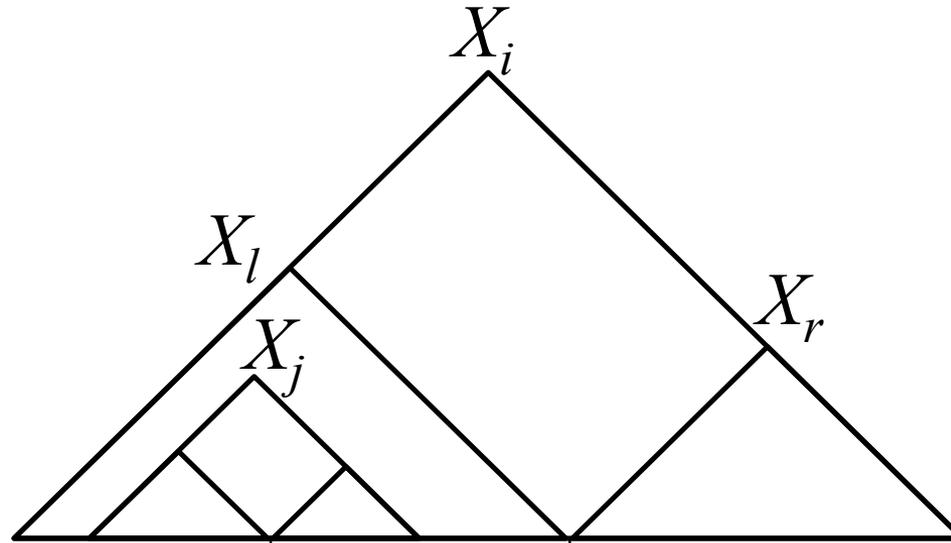
# Case 4-1



# Case 4-1



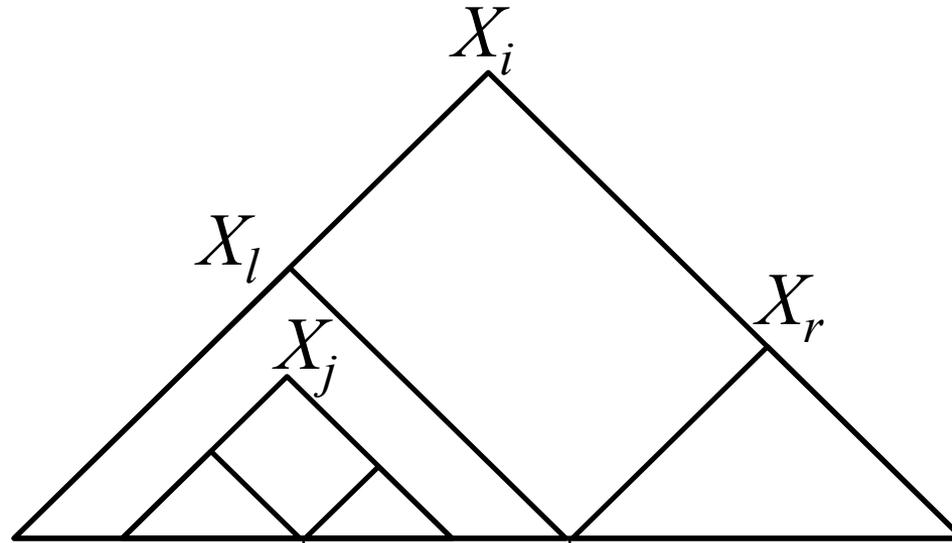
# Case 4-1



重複部分を  
左右に拡張

$X_l$  と  $X_t$  の重複

# Case 4-2

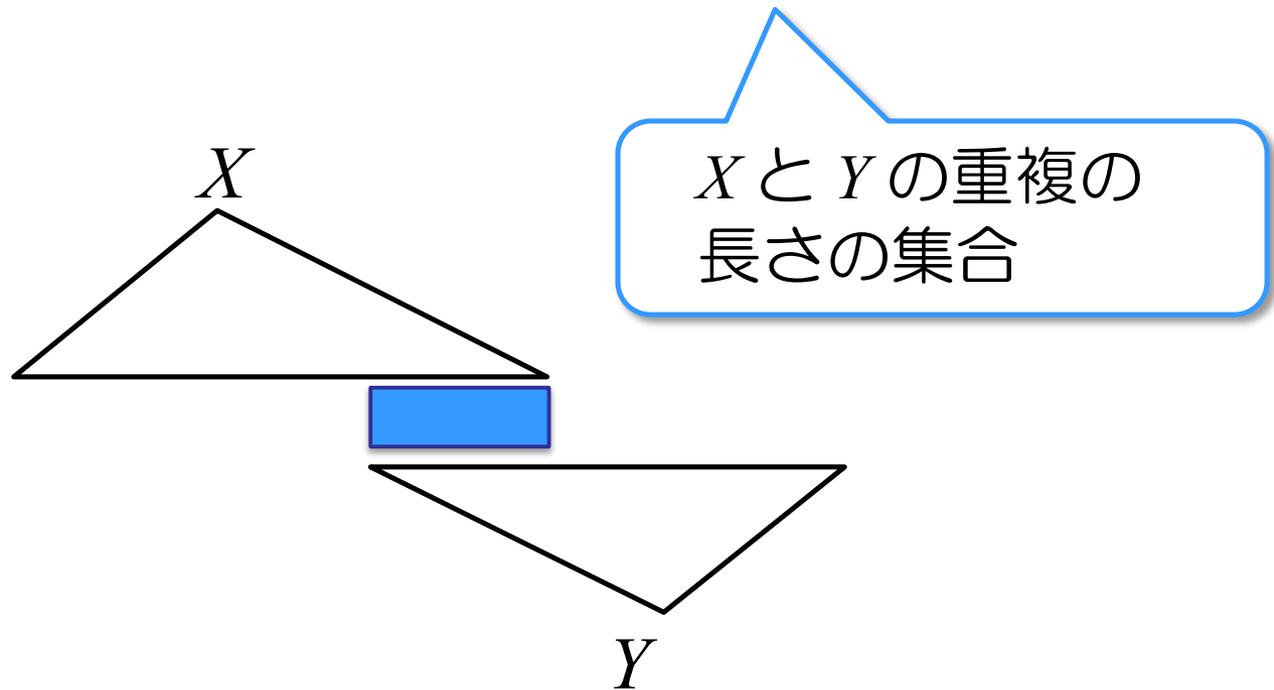


重複部分を  
左右に拡張

$X_r$  と  $X_s$  の重複

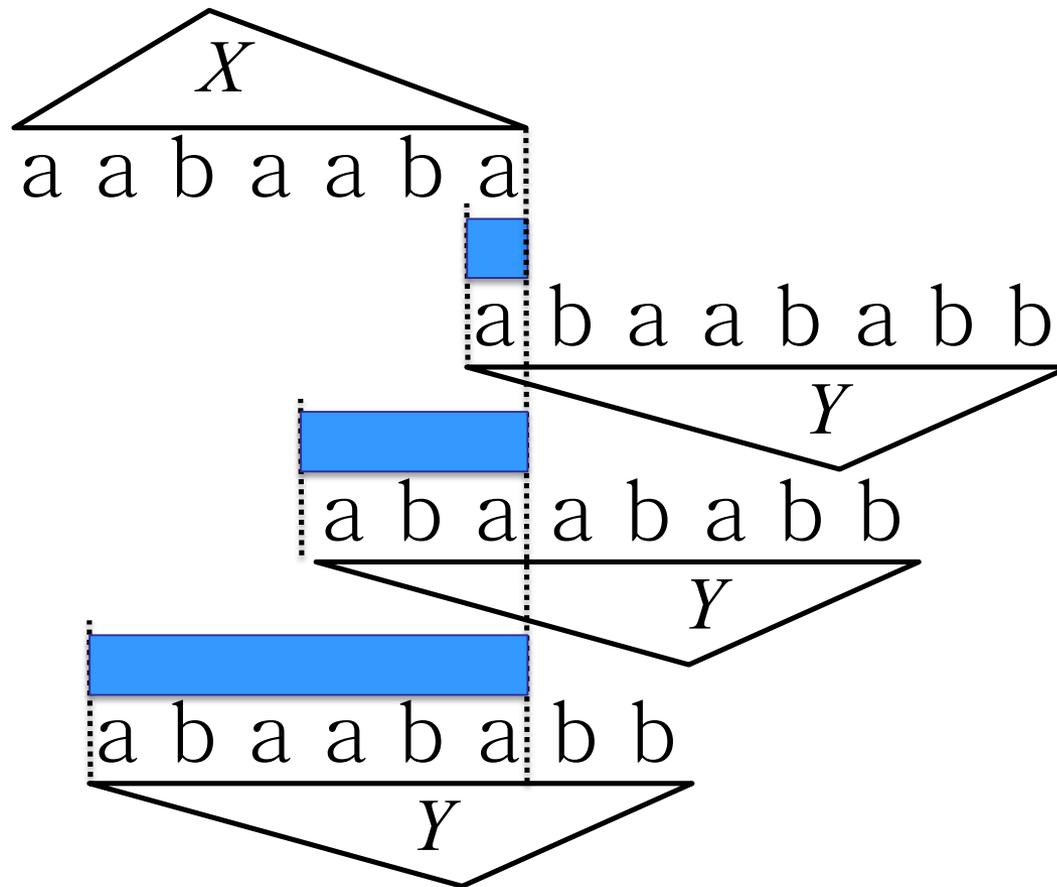
# 重複の集合

$$OL(X, Y) = \{k > 0 \mid X[|X| - k + 1 : |X|] = Y[1 : k]\}$$



# 重複の集合

$$OL(aabaaba, abaababb) = \{1, 3, 6\}$$



# 重複の集合

## 補題 1 [Kaprinski et al. 1997]

任意の2つの変数 $X_i$ と $Y_j$ に対して,  
 $OL(X_i, Y_j)$ は $O(n)$ 個の等差数列をなす.

## 補題 2 [Kaprinski et al. 1997]

すべての変数 $X_i$ と $Y_j$ に対して,  
 $OL(X_i, Y_j)$ は $O(n^4 \log n)$ 時間で計算できる.

# Case 4

## 補題 3

任意の変数  $X_i$  に対して, Case 4 の最長繰り返し部分文字列は  $O(n^3 \log n)$  時間で計算できる.

### [証明のスケッチ]

- $OL(X_i, X_j)$  の各等差数列の全要素を  $O(n \log n)$  時間で左右に拡張できる.
- $OL(X_i, X_j)$  のサイズは  $O(n)$  (補題 1 より).
- $X_i$  の子孫の数は高々  $n-1$  個.

# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

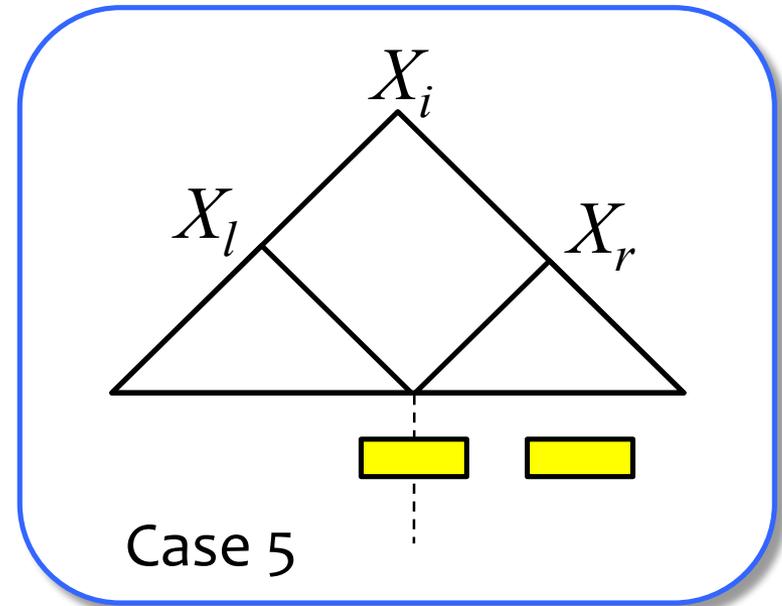
compute LRS of Case 3;

compute LRS of Case 4;

compute LRS of Case 5;

compute LRS of Case 6;

**return** two positions and the length of  
the “longest” LRS above;



Case 4 と対称

# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\tau$

**Output:** LRS of text  $T$

**foreach** variable  $X_i$  of SLP  $\tau$  **do**

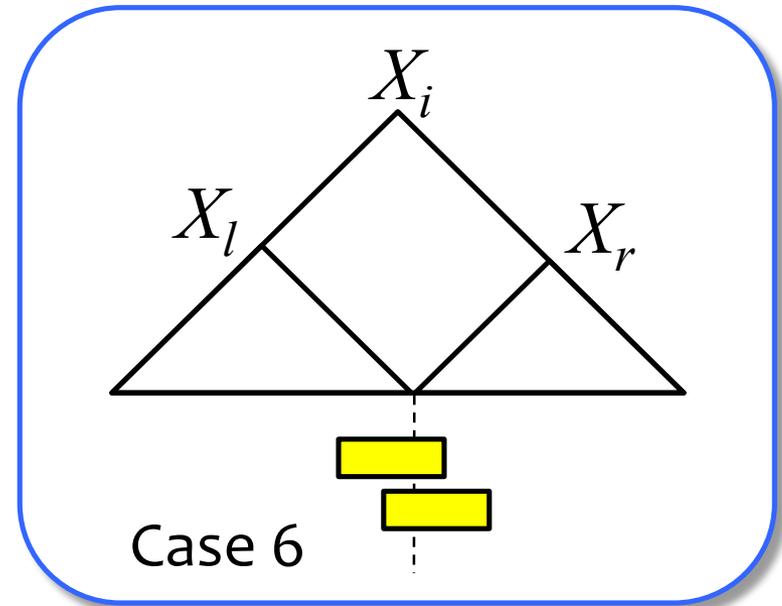
  compute LRS of Case 3;

  compute LRS of Case 4;

  compute LRS of Case 5;

  compute LRS of Case 6;

**return** two positions and the length of  
  the “longest” LRS above;



Case 4 と同様

# 最長繰り返し部分文字列発見アルゴリズム

## 定理 2

テキスト  $T$  を生成する SLP  $\varphi$  に対して,  $T$  の最長繰り返し部分文字列を  $O(n^4 \log n)$  時間で計算できる.

# 最長重複なし繰り返し部分文字列発見

- 入力: テキスト  $T$  を生成するSLP ?
- 出力:  $T$  の最長**重複なし**繰り返し部分文字列

例

$T =$ ababababab

最長繰り返し部分文字列は  
abababab

最長重複なし繰り返し  
部分文字列は abab

# 最長重複なし繰り返し部分文字列発見

## 定理3

テキスト  $T$  を生成するSLP  $\Gamma$  に対して,  $T$  の最長重複なし繰り返し部分文字列を  $O(n^6 \log n)$  時間で計算できる.

# まとめと今後の課題

- 与えられたSLP圧縮テキストから、特徴的な部分文字列を多項式時間で発見するアルゴリズムを提案した。
  - 圧縮テキストを陽に展開するあらゆるアルゴリズムは指数時間を要する。
- 異なるタイプの特徴的な部分文字列を効率よく発見できるだろうか？
  - Squares ( $xx$  という形の部分文字列)
  - Cubes ( $xxx$  という形の部分文字列)
  - Runs ( $x^k$  という形の部分文字列。ただし  $k \geq 2$ )

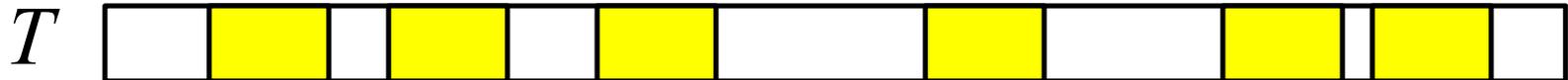
# 最頻出部分文字列発見

- 入力: テキスト  $T$  を生成するSLP  $\varphi$
- 出力:  $T$  の最頻出部分文字列

常に空文字列 $\varepsilon$ が解！

# 最頻出部分文字列発見

- 入力: テキスト  $T$  を生成するSLP ?
- 出力:  $T$  の長さ2の最頻出部分文字列



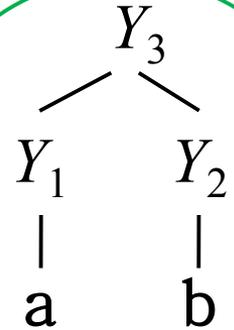
# 最頻出部分文字列発見アルゴリズム

**Input:** SLP  $\mathcal{T}$

**Output:** MFS of text  $T$

**foreach** substring  $P$  of  $T$  of length 2 **do**  
    construct an SLP  $\mathcal{P}$  which generates substring  $P$ ;  
    compute num. of occurrences of  $P$  in  $T$ ;  
**return** substring of maximum num. of occurrences;

$|\Sigma|^2$  個の長さ2  
の部分文字列



## 補題 4

任意の2変数  $X_i$  と  $Y_j$  に対して,  $X_i$  中の  $Y_j$  の出現回数を  $O(n)$  時間で計算できる.  
ただし,  $O(n^2)$  時間の前処理が必要.

# 最頻出部分文字列発見

## 定理 4

テキスト  $T$  を生成する SLP  $\varphi$  に対して,  $T$  の長さ 2 の最頻出部分文字列を  $O(|\Sigma|^2 n^2)$  時間で計算できる.

# 最頻出重複なし部分文字列発見

- 入力: テキスト  $T$  を生成するSLP  $\varphi$
- 出力:  $T$  の長さ 2 の最頻出重複なし部分文字列

例

$T = \underline{aa}aa\underline{ab}ab\underline{ab}$

長さ 2 の最頻出  
部分文字列は aa

長さ 2 の最頻出重複なし  
部分文字列は ab

# 最頻出重複なし部分文字列発見

## 定理5

テキスト  $T$  を生成するSLP  $\tau$  に対して,  $T$  の長さ2の最頻出部分文字列を  $O(n^4 \log n)$  時間で計算できる.

# 入力圧縮パタンの最大伸張パターン発見

- 入力: テキスト  $T$  を生成するSLP  $\mathcal{T}$  とパターン  $P$  を導出するSLP  $\mathcal{P}$
- 出力: 以下を満たす  $T$  の部分文字列  $\alpha P \beta$ 
  - テキスト  $T$  中において,  $\alpha$  は常に  $P$  の直前に出現し,  $\beta$  は常に  $P$  の直後に出現する.
  - $\alpha$  と  $\beta$  は最長.

例

$T =$ bbaabaabbaabb

$P =$ ab

$\alpha =$ ba

$\beta = \varepsilon$

# 入力圧縮パタンの最大伸張パターン発見

- 最大伸張パタンの応用例

- ブログスパム発見 [Narisawa et al. 2007]
- 最頻出部分文字列の最大伸張パターン発見

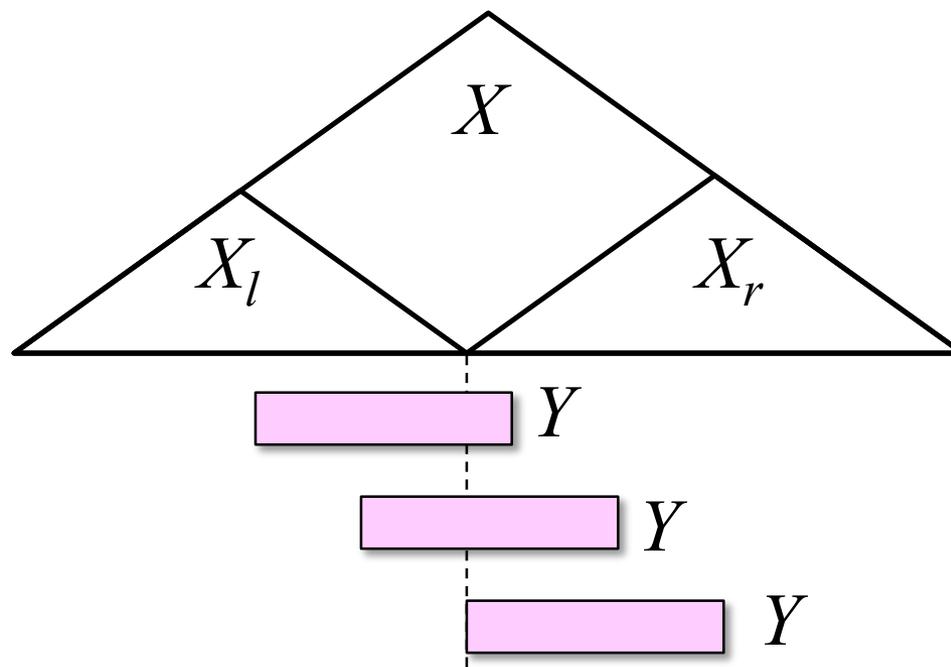


# 入力圧縮パタンの最大伸張パターン発見

## 定理6

テキスト  $T$  を生成するSLP  $\mathcal{A}$  とパターン  $P$  を導出するSLP  $\mathcal{B}$  に対して,  $T$  における  $P$  の最大伸張パターンを  $O(n^4 \log n)$  時間で計算できる.

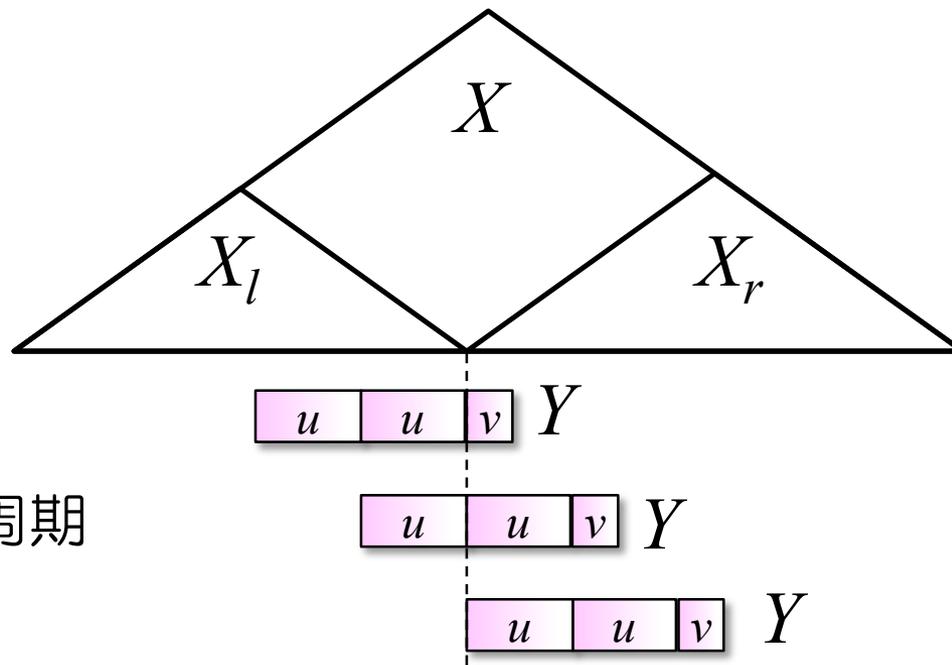
# “串刺し”補題 [1/2]



## 補題5 [Miyazaki et al. 1997]

任意の変数  $X = X_l X_r$  と  $Y$  に対して、 $X$  の境界に触れる  $Y$  の出現は1つの等差数列をなす。

# “串刺し”補題 [2/2]



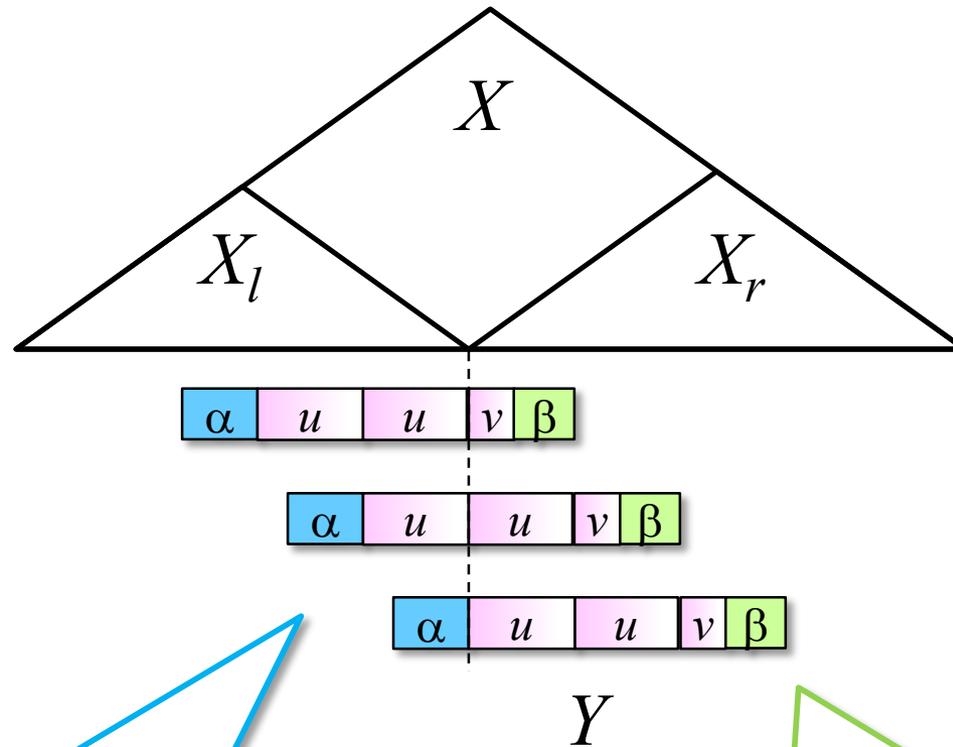
$|u|$  は  $Y$  の最小周期  
 $v$  は  $u$  の接尾辞

## 補題 5 [Miyazaki et al. 1997]

(つづき)

等差数列の要素数が3以上のとき、  
等差数列の交差は  $Y$  の最小周期である。

# 左右の最大伸張



左側の最大伸張  $\alpha$  は  $u$  の接尾辞である。

右側の最大伸張  $\beta$  は  $uv[|v|: |uv|]$  の接頭辞である。